**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**

# Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для проведения в 2024 году единого государственного экзамена по МАТЕМАТИКЕ

## Пояснения к демонстрационному варианту контрольных измерительных материалов для ЕГЭ по математике 2024 года

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать представление о структуре будущих контрольных измерительных материалов, количестве заданий, их форме и уровне сложности.

Задания демонстрационного варианта не отражают всех вопросов содержания, которые могут быть включены в контрольные измерительные материалы в 2024 году. Структура работы приведена в спецификации, а полный перечень вопросов — в кодификаторах элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников организаций образования для проведения единого государственного экзамена 2024 г. по математике.

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий. Определяющим признаком каждой части работы является форма заданий:

- часть 1 содержит 12 заданий (задания 1–12) с кратким ответом;
- часть 2 содержит 4 задания (задания 13–16) с кратким ответом и пять заданий (задания 17–21) с развёрнутым ответом.

По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1–12 имеют базовый уровень, задания 13–20 – повышенный уровень, задание 21 относятся к высокому уровню сложности.

Задание с кратким ответом (1-16) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Правильное решение каждого из заданий 1-16 оценивается одним баллом.

Правильное решение каждого из заданий 17 - 18 оценивается- 2 баллами; 19 и 20 — 3 баллами и 21 —4 баллами. Максимальный первичный балл за выполнение всей работы — 30 баллов.

Приведённые критерии оценивания позволяют составить представление о требованиях к полноте и правильности решений. К каждому заданию с развёрнутым ответом, включённому в демонстрационный вариант, предлагается одно из возможных решений.

Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов, система оценивания, спецификация и кодификаторы помогут выработать стратегию подготовки к ЕГЭ по математике

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 12 заданий базового уровня сложности с кратким ответом.

Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 5 заданий повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Ответы к заданиям 1–16 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

Ответ: *–0,8* .


При выполнении заданий 17–21 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

***Ответом к заданиям 1–16 является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.***

### Часть 1

1. ***Простейшие задачи.***

**Рост человека 6 футов 1 дюйм. Выразите его рост в сантиметрах, если 1 фут равен 12 дюймам. Считайте, что 1 дюйм равен 2,54 см. Результат округлите до целого числа сантиметров.**

***Решение.***

Рост человека составляет $(6 \cdot 12 + 1) \cdot 2{,}54 = 185{,}42$ см. Округляя, получаем 185 см.

Ответ: 185.

**или**

**Шоколадка стоит 35 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 200 рублей в воскресенье?**

***Решение.***

Разделим 200 на 35:

$$\frac{200}{35} = \frac{40}{7} = 5\frac{5}{7}.$$

Значит, можно будет купить 5 шоколадок. Еще 2 будут даны в подарок. Всего можно будет получить 7 шоколадок.

Ответ: 7.

2. ***<u>Задачи на проценты.</u>***

**Оля потратила в книжном магазине 500 рублей. На покупку книги она израсходовала 65% этой суммы, а на покупку календаря — 20% этой суммы. Сколько рублей стоили остальные товары?**

***Решение.***

На покупку остальных товаров было израсходовано 100% − 65% − 20% = 15% всей суммы, что составляет $500 \cdot 0{,}15 = 75$ руб.

Ответ: 75 руб.

**или**

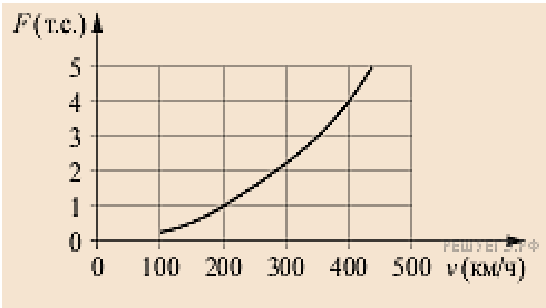
**Первое число составляет 35% второго числа, а третье — 80% второго числа. Найдите первое число, если известно, что оно меньше третьего на 18.**

***Решение.***

Разница между третьим и первым числами составляет 80% − 35% = 45% второго числа. Следовательно, второе число равно $18 : 0{,}45 = 40$. Тогда первое число равно $40 \cdot 0{,}35 = 14$.

Ответ: 14.

3. ***<u>Чтение графиков и диаграмм.</u>***




**Когда самолет находится в горизонтальном полете, подъемная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости.**

**На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолета. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат – сила (в тоннах силы). В некоторый момент подъемная сила равнялась одной тонне силы. Определите по рисунку, на сколько километров в час надо увеличить скорость, чтобы подъемная сила увеличилась до 4 тонн силы?**

***Решение.***

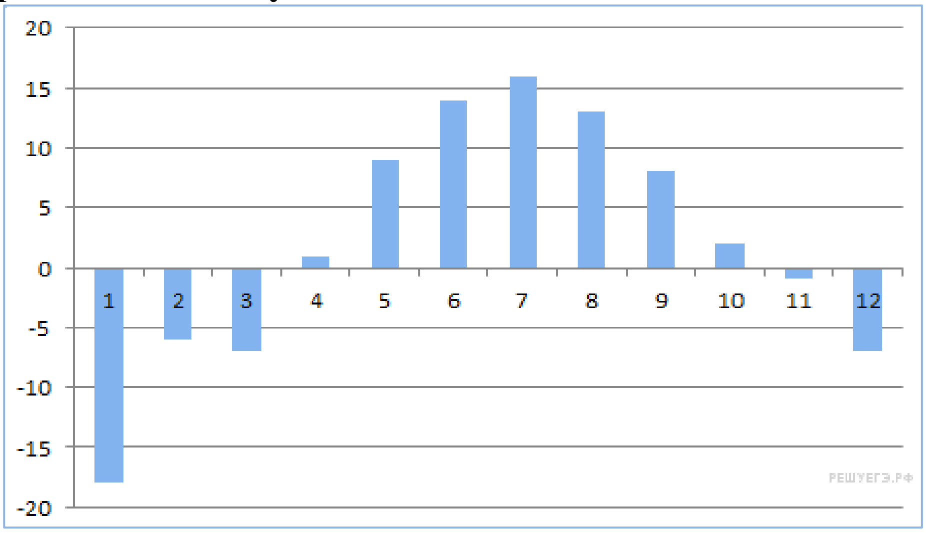
Из графика видно, что при подъемной силе в одну силу тонны скорость равна 200 км/ч, а при подъемной силе в 4 тонны силы скорость рана 400 км/ч. Таким образом, скорость нужно увеличить на 400 − 200 = 200 км/ч.

Ответ: 200.

**или**

**На диаграмме показана средняя температура воздуха (в градусах Цельсия) в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия.**

**Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура была выше нуля.**




*Решение.*

Из диаграммы видно, что среднемесячная температура была выше нуля в течение 7 месяцев с апреля по октябрь.

Ответ: 7.

***4. Работа с формулами.***

**Если $p_1$, $p_2$ и $p_3$ — простые числа, то сумма всех делителей числа $p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$ равна $(p_1 + 1)(p_2 + 1)(p_3 + 1)$. Найдите сумму делителей числа 115.**

*Решение.*

Разложим число 115 на простые множители: $115 = 5 \cdot 23$. Следовательно, сумма всех делителей числа 115 равна $(5 + 1)(23 + 1) = 6 \cdot 24 = 144$.

Ответ: 144.

**или**

**Длина биссектрисы $l_c$, проведенной к стороне треугольника со сторонами $a$, $b$ и $c$ вычисляется по формуле $l_c = \sqrt{ab\left(1 - \frac{c^2}{(a+b)^2}\right)}$. Треугольник имеет стороны 6, 8 и 7. Найдите длину биссектрисы, проведённой к стороне длины 7.**

*Решение.*

Найдём длину биссектрисы, проведённой к стороне длины 7:

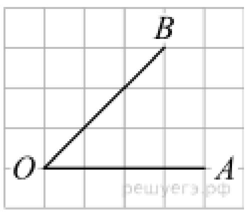
$$l_c = \sqrt{6 \cdot 8\left(1 - \frac{7^2}{(6+8)^2}\right)} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 12\left(1 - \left(\frac{7}{14}\right)^2\right)} =$$

$$= 2\sqrt{12\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 2\sqrt{12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = 2\sqrt{\frac{4 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2}} = 2 \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} = 6.$$

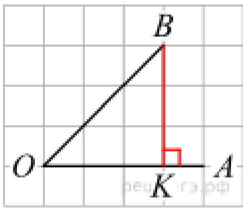
Ответ: 6.

***5. Квадратная решётка, координатная плоскость.***

**На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.**




*Решение.*




Проведем перпендикуляр $BK$ из точки $B$ к лучу $OA$. Тангенс острого угла в прямоугольном треугольнике равен отношению противолежащего катета к прилежащему. Принимая во внимание, что $BK = OK$, получим:

$$\operatorname{tg}\angle AOB = \operatorname{tg}\angle KOB = \frac{BK}{OK} = 1.$$

Ответ: 1.

**Приведём другое решение.**

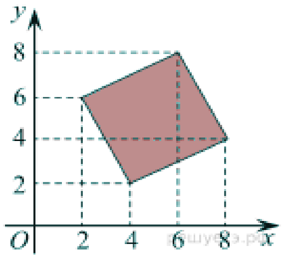
Проведем перпендикуляр $BK$ из точки $B$ к лучу $OA$. Из равенства катетов построенного прямоугольного треугольника $KOB$ заключаем, что оба его острых угла равны 45°. Следовательно, искомый тангенс равен 1.

**Приведём ещё одно решение.**

Луч $OB$ проходит ровно по диагоналям клеток квадратной решетки. Поэтому он составляет с лучом $OA$ угол 45°. Тангенс этого угла равен 1.

**или**

**Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (4; 2), (8; 4), (6; 8), (2; 6).**




***Решение.***

Четырехугольник является квадратом. Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

Сторона квадрата равна $\sqrt{(8-4)^2+(4-2)^2} = \sqrt{20}$

Тогда площадь квадрата S = 20.

Ответ: 20.

## 6. *Начала теории вероятностей.*

**В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.**

***Решение.***

Количество исходов, при которых в результате броска игральных костей выпадет 8 очков, равно 5: 2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2. Каждый из кубиков может выпасть шестью вариантами, поэтому общее число исходов равно $6\cdot 6 = 36$. Следовательно, вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков, равна

$$\frac{5}{36} = 0,138...$$

Ответ: 0,14.

**или**

**Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.**

***Решение.***

Найдем вероятность того, что перегорят обе лампы. Эти события независимые, вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий: $0,3\cdot 0,3 = 0,09$.

Событие, состоящее в том, что не перегорит хотя бы одна лампа, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0,09 = 0,91$.

Ответ: 0,91.

## 7. *Простейшие уравнения.*

**Решите уравнение $log_2(7+6x)=log_2(7-6x)+2$**

***Решение.***

Заметим, что $2=\log_2 4$ и используем формулу $\log_a b+\log_a c=\log_a bc$.
Имеем:

$$\log_2(7+6x)=\log_2(7-6x)+2 \Leftrightarrow \log_2(7+6x)=\log_2(7-6x)+\log_2 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_2(7+6x)=\log_2(28-24x) \Leftrightarrow \begin{cases} 7+6x>0, \\ 7+6x=28-24x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-\dfrac{7}{6}, \\ x=\dfrac{7}{10} \end{cases} \Leftrightarrow x=0,7.$$

Ответ: 0,7.

**или**

**Решите уравнение $9^{2+5x}=1{,}8\cdot 5^{2+5x}$**

***Решение.***

Перейдем к одному основанию степени:

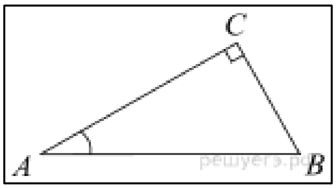
$$9^{2+5x}=1,8\cdot 5^{2+5x} \Leftrightarrow \frac{9^{2+5x}}{5^{2+5x}}=1,8 \Leftrightarrow \left(\frac{9}{5}\right)^{2+5x}=\left(\frac{9}{5}\right)^{1} \Leftrightarrow 2+5x=1 \Leftrightarrow x=-0,2.$$

Ответ: −0.2.

## 8. *Планиметрия : задачи , связанные с углами*.

**В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, $\cos A=\frac{\sqrt{5}}{5}$**

***BC* = 5. Найдите *AC*.**



***Решение.***

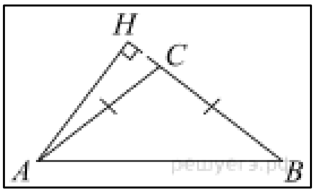
Имеем:

$$AC=\frac{BC}{\operatorname{tg} A}=\frac{BC\cos A}{\sin A}=\frac{BC\cos A}{\sqrt{1-\cos^2 A}}=\frac{5\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{1-\frac{5}{25}}}=5\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{5}{2\sqrt{5}}=2,5.$$

Ответ: 2,5.

**или**

**В треугольнике *ABC* *AC* = *BC*, *AB* = 10, высота *AH* равна 3. Найдите синус угла *BAC*.**



***Решение.***

Треугольник *ABC* равнобедренный, значит, углы *BAC* и *ABH* равны как углы при его основании.

$$\sin\angle BAC=\sin\angle ABH=\frac{AH}{AB}=\frac{3}{10}=0,3.$$

Ответ: 0,3.

## 9. Анализ графиков и диаграмм.

**Установите соответствие между функциями и характеристиками этих функций на отрезке [2; 5].**

**ТОЧКИ** **ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ**

**А)** $y = 5x - x^2$
**Б)** $y = 2x + 1$
**В)** $y = 1\ 6 - 2x$
**Г)** $y = x^2 - 8x + 3$

**1) Функция убывает на отрезке [2; 5]**
**2) Функция имеет точку максимума на отрезке [2;5]**
**3) Функция имеет точку минимума на отрезке [2; 5]**
**4) Функция возрастает на отрезке [2; 5]**

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| | | | |

***Решение.***

Рассмотрим каждую из характеристик.

1) Функция убывает на отрезке [2; 5]. Из представленных функций убывает на отрезке [2; 5] функция В.

2) Функция имеет точку максимума на отрезке [2; 5]. Из представленных функций имеет точку максимума на отрезке [2; 5] функция А.

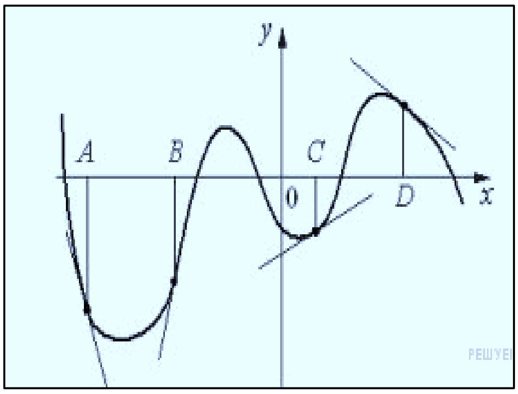
3) Функция имеет точку минимума на отрезке [2; 5]. Из представленных функций имеет точку минимума на отрезке [2; 5] функция Г.

4) Функция возрастает на отрезке [2; 5]. Из представленных функций возрастает на отрезке [2; 5] функция Б.

Ответ: 2413.

**или**

**На рисунке изображены график функции и касательные, проведённые к нему в точках с абсциссами *A*, *B*, *C* и *D*. В правом столбце указаны значения производной функции в точках *A*, *B*, *C* и *D*. Пользуясь графиком, поставьте соответствие каждой точке значение производной функции в ней.**




**ТОЧКИ** **ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ**

***A*** **1) 0,5**
***B*** **2) − 0,7**
***C*** **3) 4**
***D*** **4) − 3**

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| | | | |

***Решение.***

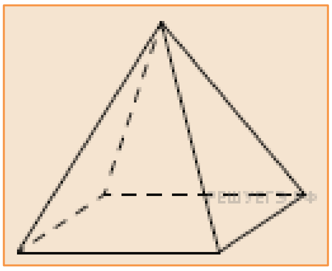
Пусть угол, который составляет касательная с положительным направлением оси абсцисс, равен α, а угловой коэффициент касательной — *k*. Тогда:

| **α** | ***k*** |
|---|---|
| $\alpha = 0^\circ$ | $k = 0$ |
| $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ | $0 < k < 1$ |
| $\alpha = 45^\circ$ | $k = 1$ |
| $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ | $k > 1$ |

| | |
|---|---|
| $90^\circ < \alpha < 135^\circ$ | $k < -1$ |
| $\alpha = 135^\circ$ | $k = -1$ |
| $135^\circ < \alpha < 180^\circ$ | $-1 < k < 0$ |

Значение производной в точке равно угловому коэффициенту касательной, проведённой в этой точке. Таким образом, получаем соответствие А — 4, В — 3, С — 1 и D — 2.
Ответ: 4312.

***10. Стереометрия.***

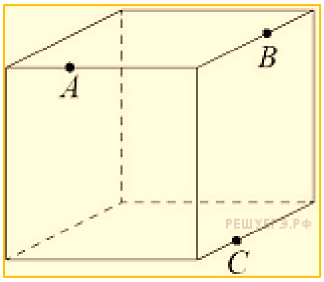


**Пирамида Хеопса имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 230 м, а высота — 147 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 115 см. Найдите высоту музейной копии.**
**Ответ дайте в сантиметрах.**

**Решение.**

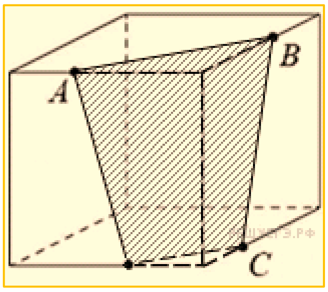
Пусть $x$ - высота музейной копии. Найдем, как соотносятся стороны:
115 : 230 = 1: 2. Также соотносятся высоты: $x : 147 = 1 : 2 \Leftrightarrow x = 147 : 2 = 73{,}5$.
Ответ: 73,5

**или**




**Плоскость, проходящая через три точки *A*, *B* и *C*, разбивает куб на два многогранника. Сколько граней у многогранника, у которого больше граней?**

***Решение.***




В сечении получается четырёхугольник. У одной отсечённой фигуры 15 рёбер и 7 граней, у второй — 9 рёбер и 5 граней. Следовательно, у искомой фигуры 7 граней.
Ответ: 7.

***11. Выбор оптимального варианта***

**Путешественник из Москвы хочет посетить четыре города Золотого кольца России: Владимир, Ярославль, Суздаль и Ростов Великий. Турагентство предлагает маршруты с посещением некоторых городов Золотого кольца. Сведения о стоимости билетов и маршрутах представлены в таблице.**

| Номер маршрута | Посещаемые города | Стоимость (руб.) |
|---|---|---|
| 1 | Суздаль, Ярославль, Владимир | 3900 |
| 2 | Ростов, Владимир | 2400 |
| 3 | Ярославль, Владимир | 2100 |
| 4 | Суздаль | 1650 |
| 5 | Ростов, Суздаль | 2700 |
| 6 | Ярославль, Ростов | 2350 |

**Какие маршруты должен выбрать путешественник, чтобы побывать во всех четырёх городах и затратить менее 5000 рублей?**
**В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров маршрутов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.**

***Решение.***

Путешественник должен побывать в городе Ростов, поэтому есть 3 варианта — взять либо второй, либо пятый, либо шестой номер маршрута. Если взять второй номер маршрута, то денег на все города уже не хватит. Если взять шестой номер маршрута, то денег на все города также не хватит. Если взять пятый, то взяв самый дешевый номер маршрута (3) мы побываем во всех городах, затратив 4800 руб.

Ответ: 35 или 53.

**или**

**Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.**

| **Тарифный план** | **Абонентская плата** | **Плата за трафик** |
|---|---|---|
| План «0» | Нет | 2,5 руб. за 1 Мб |
| План «500» | 550 руб. за 500 Мб трафика в месяц | 2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб |
| План «800» | 700 руб. за 800 Мб трафика в месяц | 1,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб |

**Пользователь предполагает, что его трафик составит 600 Мб в месяц и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 600 Мб?**

***Решение.***

Рассмотрим все варианты.

По Плану «0» пользователь потратит $2{,}5 \cdot 600 = 1500$ руб. в месяц за 600 Мб трафика.

По плану «500» он потратит 550 руб. абонентской платы за 500 Мб и $2 \cdot 100 = 200$ руб. сверх того. Поэтому полная плата в месяц составит $550 + 200 = 750$ руб.

По плану «800» пользователь потратит в месяц за 600 Мб трафика 700 руб.

Наиболее выгодный вариант составляет 700 руб.

Ответ: 700.

## *12. Простейшие неравенства*

**Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.**

| **НЕРАВЕНСТВА** | **РЕШЕНИЯ** |
|---|---|
| **А)** $0{,}5^x \geq 2$ | **1)** $x \geq -1$ |
| **Б)** $0{,}5^x \leq 2$ | **2)** $x \geq 1$ |
| **В)** $2^x \leq 2$ | **3)** $x \leq -1$ |
| **Г)** $2^x \geq 2$ | **4)** $x \leq 1$ |

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

| А | Б | В | Г |
|---|---|---|---|
| | | | |

***Решение.***

Найдём множество решений каждого неравенства.

А) $0,5^x \geq 2 \Leftrightarrow -x \geq 1 \Leftrightarrow x \leq -1.$

Б) $0,5^x \leq 2 \Leftrightarrow -x \leq 1 \Leftrightarrow x \geq -1.$

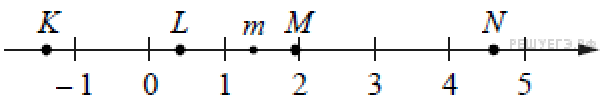
В) $2^x \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 1.$

Г) $2^x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1.$

Ответ: 3142.

**или**

**На прямой отмечено число *m* и точки *K, L, M* и *N*.**




| **ТОЧКИ** | **ЧИСЛА** |
|---|---|
| **А)** ***K*** | 1) $6 - m$ |
| **Б)** ***L*** | 2) $m^2$ |
| **В)** ***M*** | 3) $m - 1$ |
| **Г)** ***N*** | 4) $-\frac{2}{m}$ |

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

| А | Б | В | Г |
|---|---|---|---|
| | | | |

***Решение.***

Заметим, что $1 < m < 2,$ значит, $4 < 6 - m < 5,\ 1 < m^2 < 4,\ 0 < m - 1 < 1,\ -2 < -\frac{2}{m} < -1.$

Ответ: 4321.

***Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1***

## ЧАСТЬ 2

***Ответом на задания 13–16 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.***

***<u>13. Вычисления и преобразования</u>***

**Найдите значение выражения $\sqrt{12}\cos^2\frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$**

***Решение.***

$$\sqrt{12}\cos^2\frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3}\left(2\cos^2\frac{5\pi}{12} - 1\right) = \sqrt{3}\cos\frac{5\pi}{6} = \sqrt{3}\cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) =$$

$$= -\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5.$$

Ответ: −1,5.

**или**

**Найдите значение выражения** $\frac{\log_2 80}{3+\log_2 10}$

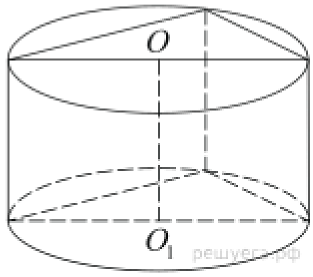
***Решение.***

Выполним преобразования:

$$\frac{\log_2 80}{3+\log_2 10}=\frac{\log_2(8\cdot 10)}{3+\log_2 10}=\frac{\log_2 8+\log_2 10}{3+\log_2 10}=\frac{3+\log_2 10}{3+\log_2 10}=1.$$

Ответ: 1.

***<u>14. Стереометрия.</u>***




**В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра равны** $\frac{5}{\pi}$**. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.**

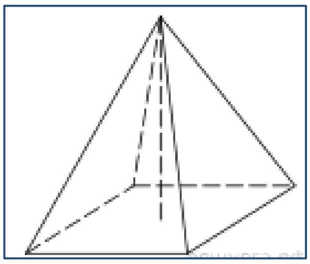
***Решение.***

По теореме Пифагора длина гипотенузы треугольника в основании $\sqrt{6^2+8^2}$=10. Поскольку гипотенуза является диаметром основания описанного цилиндра, его объем

$$V=H\frac{\pi d^2}{4}=\frac{5}{\pi}\cdot\frac{100\pi}{4}=125.$$

Ответ: 125.

**или**



**Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а боковое ребро равно** $\sqrt{17}$**.**

***Решение.***

С помощью теоремы Пифагора найдём высоту грани пирамиды ($h_1$):

$h_1=\sqrt{(\sqrt{17})^2-2^2}=\sqrt{17-4}=\sqrt{13}.$

Также с помощью теоремы Пифагора найдём высоту пирамиды ($h_2$):

$h_2=\sqrt{(\sqrt{13})^2-2^2}=\sqrt{13-4}=\sqrt{9}=3.$

Найдём площадь основания пирамиды:

$S_{\text{осн.}}=4\cdot 4=16.$

Найдём объём пирамиды:

$$V=\frac{1}{3}S_{\text{осн.}}h_2\Leftrightarrow V=\frac{1}{3}\cdot 16\cdot 3=16.$$

Ответ: 16.

**15*<u>. Наибольшее и наименьшее значение функции.</u>***

**Найдите наименьшее значение функции** $y=4\,\mathrm{tg}x-4x-\pi+5$ **на отрезке** $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$.

***Решение.***

Найдем производную заданной функции:

$$y' = \frac{4}{\cos^2 x} - 4 = 4\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) = 4\operatorname{tg}^2 x.$$

Найденная производная неотрицательна на заданном отрезке, заданная функция возрастает на нем, поэтому наименьшим значением функции на отрезке является $y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 4\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 4\cdot\frac{\pi}{4} - \pi + 5 = 1.$

Ответ: 1.

**или**

**Найдите точку минимума функции $y = 3x - \ln(x+3)^3$.**

***Решение.***

Заметим, что $y = 3x - 3\ln(x+3)$.

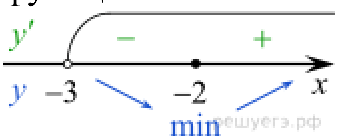
Область определения функции — открытый луч $(-3;+\infty)$.

Найдем производную заданной функции: $y'(x) = 3 - \frac{3}{x+3}$.

Найдем нули производной: $3 - \frac{3}{x+3} = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Найденная точка лежит на луче $(-3;+\infty)$.

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:




Искомая точка минимума $x = -2$.

Ответ: −2.

**16. *Текстовые задачи*.**

**Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 130 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 136 литров?**

***Решение.***

Пусть вторая труба пропускает $x$ литров воды в минуту, $x > 2$, тогда первая труба пропускает $(x-2)$ литра в минуту. Составим таблицу по данным задачи:

| | **Производительность (л/мин)** | **Время (мин)** | **Объём работ (л)** |
|---|---|---|---|
| Первая труба | $x-2$ | $\frac{136}{x-2}$ | 136 |
| Вторая труба | $x$ | $\frac{130}{x}$ | 130 |

Так как вторая труба заполнила резервуар на 4 минуты быстрее, получаем уравнение:

$$\frac{136}{x-2} - \frac{130}{x} = 4$$

Решим уравнение:

$$\frac{136x - 130x + 260 - 4x^2 + 8x}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 7x - 130}{x(x-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{(2x+13)(x-10)}{x(x-2)} = 0,$$

$x = 10$ или $x = -6{,}5$. Отбрасывая постороннее решение $-6{,}5$, получаем, что вторая труба пропускает 10 литров в минуту.

Ответ: 10.

**или**

**Турист идет из одного города в другой, каждый день, проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.**

***Решение.***

В первый день турист прошел $a_1 = 10$ км, во второй — $a_2$, …, в последний — $a_6$ км. Всего он прошел $S_n = 120$ км. Если каждый день турист проходил больше, чем в предыдущий день, на $d$ км, то

$$S_n = \frac{2a_1 + d\cdot(n-1)}{2}n,$$

Где $n = 6$ дней, $a_1 = 10$ км. Таким образом,

$$\frac{2\cdot 10 + 5d}{2}\cdot 6 = 120 \Leftrightarrow 5d = 20 \Leftrightarrow d = 4.$$

Тогда за третий день турист прошел

$$a_3 = a_1 + 2d = 10 + 2\cdot 4 = 18\,\text{км}.$$

Ответ: 18.

***Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1***

***Для записи решений и ответов на задания 17-21 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (17, 18 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.***

**17**. ***Уравнения, системы уравнений***

**а) Решите уравнение $\sqrt{x^3 + 4x^2 + 9} - 3 = x$**

**б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{9}{2}; \frac{7}{5}\right]$.**

***Решение.***

а) Запишем уравнение в виде $\sqrt{x^3 + 4x^2 + 9} = x + 3$ и воспользуемся тем, что

$$\sqrt{x} = y \Leftrightarrow \begin{cases} y \ge 0, \\ x = y^2. \end{cases}$$

Получим:

$$\sqrt{x^3 + 4x^2 + 9} = x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 4x^2 + 9 = x^2 + 6x + 9, \\ x \ge -3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x^2 + 3x - 6) = 0, \\ x \ge -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{33}}{2} \end{array}\right., \\ x \ge -3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ x = \dfrac{-3 + \sqrt{33}}{2} \end{array}\right.$$

б) Число 0 принадлежит отрезку $\left[-\frac{9}{2}; \frac{7}{5}\right]$. Чтобы сравнить $\frac{-3+\sqrt{33}}{2}$ и $\frac{7}{5}$ сравним разность этих чисел с нулем:

$$\frac{-3+\sqrt{33}}{2} - \frac{7}{5} = \frac{-15+5\sqrt{33}-14}{10} = \frac{-29+5\sqrt{33}}{10} = \frac{-\sqrt{841}+\sqrt{825}}{10} < 0.$$

Значит, $\frac{-3+\sqrt{33}}{2} < \frac{7}{5}$.

Ответ: а) $0, \frac{-3+\sqrt{33}}{2}$;

б) $0, \frac{-3+\sqrt{33}}{2}$.

**или**

**а) Решите уравнение $4^{cosx} + 4^{-cosx} = \frac{5}{2}$**

**б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$**

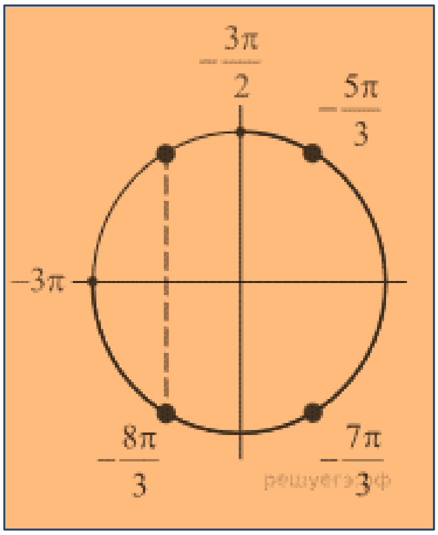
***Решение.***

а) Решим уравнение, выполнив замену: $4^{cosx} = t$

$$t + \frac{1}{t} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2, \\ t = \frac{1}{2}. \end{array}\right.$$

Вернемся к замене: $t = 4^{cosx}$, получим:

$$\left[\begin{array}{l} 4^{cosx} = 2, \\ 4^{cosx} = \frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} cosx = \frac{1}{2}, \\ cosx = -\frac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \\ x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \\ x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \\ x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$




б) С помощью числовой окружности отберем корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$. Получим числа: $-\frac{8\pi}{3}, -\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$.

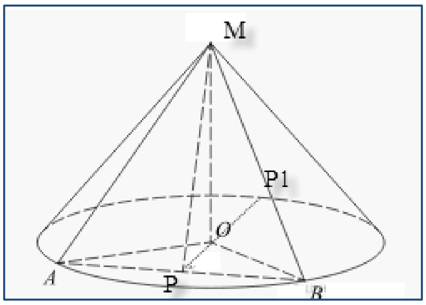
Ответ: а) $\left\{-\frac{\pi}{3} + \pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z\right\}$; б) $-\frac{8\pi}{3}, -\frac{7\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$

**18**. ***Углы и расстояния в пространстве***

**Радиус основания конуса равен 6, а высота конуса равна 8. В конусе проведено сечение плоскостью, проходящей через вершину конуса и хорду основания, длина которой равна 4. Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью сечения.**

***Решение***

Рассмотрим равнобедренный треугольник AOB, у которого стороны AO=OB=r, где r – радиус окружности. По условию точка P – середина отрезка AB, следовательно, OP ⊥ AB.




Рассмотрим равнобедренный треугольник AMB, со сторонами AM=MB, равные длине образующей конуса. Из условия того, что P – середина отрезка AB следует MP ⊥ AB. Таким образом, имеем, что OP ⊥ AB и MP ⊥ AB, и, следовательно, угол ∠MPO является линейным углом двугранного угла между плоскостью основания и плоскостью сечения MAB. Найдем этот угол. Рассмотрим прямоугольный треугольник MOP (так как MO – высота конуса). Тогда тангенс угла∠MPO равен tg ∠MPO = $\frac{MO}{PO}$.

Высота MO = 8 дана по условию задачи. Найдем длину отрезка PO. Рассмотрим прямоугольный треугольник APO, в котором AO=6, а AP = AB : 2 = 4 : 2 =2.

Тогда по теореме Пифагора, длина PO будет равна PO = $\sqrt{AO^2 - AP^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

и tg ∠MPO = $\frac{8}{4\sqrt{2}} = \sqrt{2}$, соответственно, ∠MPO = *arctg* $\sqrt{2}$.

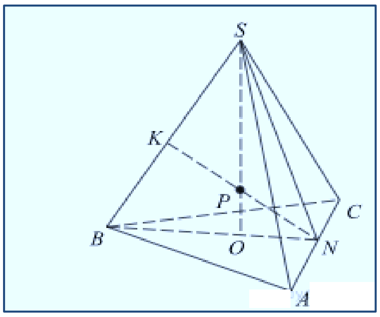
Ответ: *arctg* $\sqrt{2}$.

**или**

**В правильной треугольной пирамиде *SABC* с вершиной *S*, все рёбра которой равны 4, точка *N* — середина ребра *AC*, точка *O* - центр основания пирамиды, точка *P* делит отрезок *SO* в отношении 3 : 1, считая от вершины пирамиды.**

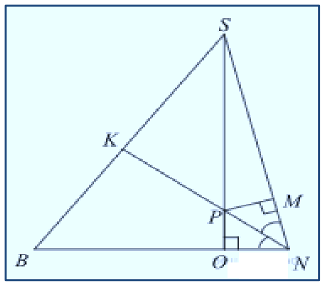
**а) Докажите, что прямая *NP* перпендикулярна прямой *BS*.**

**б) Найдите расстояние от точки *B* до прямой *NP*.**




***Решение***

*а)* Точка O принадлежит отрезку BN, значит, точка P, лежащая на отрезке SO, находится в плоскости SBN. Значит, прямая NP также лежит в плоскости SBN и пересекает прямую SB в точке K. Треугольник SNB равнобедренный, поскольку отрезки SN и BN — медианы одинаковых равносторонних треугольников SAC и BAC. Поэтому SN = BN. В точке O пересекаются медианы основания, значит, ON = $\frac{1}{3}$BN = $\frac{1}{3}$SN. Опустим перпендикуляр из точки P на сторону SN. Пусть он пересекает SN в точке M. Треугольники SPM и SNO подобны, поэтому $\frac{SP}{PM} = \frac{SN}{ON} = 3$. Значит, PM = $\frac{1}{3}$SP=PO. Следовательно, треугольники NPO и NPM равны и PN — биссектриса угла SNB. В равнобедренном треугольнике биссектриса является медианой и высотой. Значит, NK ⊥ BS.




б) Так как BS перпендикулярно NK, то искомое расстояние равно длине отрезка BK. Так как NK является медианой треугольника SNB, то

$$BK = \frac{1}{2}BS = 2.$$

Ответ: 2

## *19. Неравенства, системы неравенств.*

**Решите систему неравенств**

$$\begin{cases} 9^x - 28 \le 3^{x+3}, \\ \log_{x+7}\left(\dfrac{3-x}{x+1}\right)^2 \le 1 - \log_{x+7}\dfrac{x+1}{x-3}. \end{cases}$$

***Решение.***

1. Решим первое неравенство системы. Сделаем замену $y = 3^x$ :

$$y^2 - 28 \le 27y \Leftrightarrow y^2 - 27y - 28 \le 0 \Leftrightarrow (y-28)(y+1) \le 0 \Leftrightarrow -1 \le y \le 28.$$

Тогда $-1 \le 3^x \le 28,$ откуда находим решение первого неравенства системы: $x \le \log_3 28.$

2. Решим второе неравенство системы:

$$2\log_{x+7}\frac{x-3}{x+1} \le 1 + \log_{x+7}\frac{x-3}{x+1} \Leftrightarrow \log_{x+7}\frac{x-3}{x+1} \le 1.$$

Рассмотрим два случая.

Первый случай: $x+7>1.$

$$\log_{x+7}\frac{x-3}{x+1} \le 1 \Leftrightarrow 0 < \frac{x-3}{x+1} \le x+7 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{x^2+7x+10}{x+1} \ge 0, \\ \dfrac{x-3}{x+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{(x+2)(x+5)}{x+1} \ge 0, \\ \dfrac{x-3}{x+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -5 \le x \le -2, \\ x > 3. \end{array}\right.$$

Все полученные значения переменной удовлетворяют условию $x+7>1.$

Второй случай: $0 < x+7 < 1.$

$$\log_{x+7}\frac{x-3}{x+1} \le 1 \Leftrightarrow \frac{x-3}{x+1} \ge x+7 \Leftrightarrow \frac{x^2+7x+10}{x+1} \le 0 \Leftrightarrow \frac{(x+2)(x+5)}{x+1} \le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le -5, \\ -2 \le x < -1. \end{array}\right.$$

Учитывая условие $0 < x+7 < 1,$ получаем: $-7 < x < -6.$ Множество решений второго неравенства исходной системы: $(-7;\ -6) \cup [-5;\ -2] \cup (3;\ +\infty).$

3. Учитывая, что $3 < \log_3 28,$ получаем решение исходной системы неравенств: $(-7;\ -6) \cup [-5;\ -2] \cup (3;\ \log_3 28].$

Ответ: $(-7;\ -6) \cup [-5;\ -2] \cup (3;\ \log_3 28].$

**или**

**Решите систему неравенств**

$$\begin{cases} x + \dfrac{4x^2+5x}{x^2-x-6} \le \dfrac{9}{5x-15} + \dfrac{5x+1}{5x+10}, \\ 5^{x-1} + 5\cdot(0,2)^{x-2} \le 26. \end{cases}$$

***Решение.***

Решим второе неравенство системы:

$$5^{x-1} + 5\cdot(0,2)^{x-2} \le 26 \Leftrightarrow \frac{5^x}{5} + \frac{5\cdot 25}{5^x} - 26 \le 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5^{2x} - 130\cdot 5^x + 625 \le 0 \Leftrightarrow 5 \le 5^x \le 125 \Leftrightarrow 1 \le x \le 3.$$

Рассмотрим первое неравенство системы на множестве [1; 3]. Преобразуем его правую часть:

$$\frac{9}{5(x-3)}+\frac{5x+1}{5(x+2)}=\frac{9x+18+5x^2-15x+x-3}{5(x+2)\cdot(x-3)}=\frac{5x^2-5x+15}{5(x+2)\cdot(x-3)}=\frac{x^2-x+3}{(x+2)\cdot(x-3)}.$$

Получаем:

$$x+\frac{4x^2+5x}{(x+2)\cdot(x-3)}-\frac{x^2-x+3}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow x+\frac{4x^2+5x-x^2+x-3}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow$$

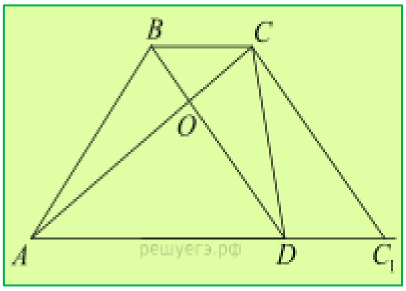
$$\Leftrightarrow x+\frac{3x^2+6x-3}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{x^3-x^2-6x+3x^2+6x-3}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{x^3+2x^2-3}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^3-x^2+3x^2-3}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{x^2(x-1)+3(x-1)\cdot(x+1)}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)\cdot(x^2+3x+3)}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0.$$

Квадратный трехчлен $x^2+3x+3>0$ при всех $x\in\mathbb{R}$, поскольку $D=9-12<0$. Кроме того, на $[1;\,3]$ $x+2>0$. Следовательно:

$$\frac{(x-1)\cdot(x^2+3x+3)}{(x+2)\cdot(x-3)}\le 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x-3}\le 0 \Leftrightarrow 1\le x<3.$$

Ответ: $[1;\ 3)$.




***<u>20. Планиметрические задачи</u>***

**Дана трапеция с диагоналями равными 8 и 15.**
**Сумма оснований равна 17.**
**а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.**
**б) Найдите площадь трапеции.**

***Решение.***

а) Проведем через точку $C$ прямую параллельную $BD$. На пересечении этой прямой и прямой $AD$ отметим точку $C_1$, $BCC_1D$ — параллелограмм.
В треугольнике $ACC_1$: $AC=15$, $CC_1=BD=8$ ,
$AC_1=AD+DC_1=17$.
Заметим, что $AC^2+CC_1^2=AC_1^2$ поскольку $289=225+64$, тогда по теореме, обратной теореме Пифагора, треугольник $ACC_1$ — прямоугольный, угол $ACC_1$ прямой. Тогда угол $COD$ прямой, что и требовалось доказать.

б) $$S_{ABCD}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BD=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 15=60.$$

Ответ: б) 60.

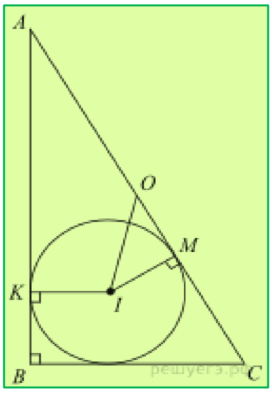
**или**

**В треугольник $ABC$ вписана окружность радиуса $R$, касающаяся стороны $AC$ в точке $M$, причём $AM=5R$ и $CM=1{,}5R$.**
**а) Докажите, что треугольник $ABC$ прямоугольный.**
**б) Найдите расстояние между центрами его вписанной и описанной окружностей, если известно, что $R=4$.**

***Решение.***

а) Пусть вписанная окружность касается стороны $AB$ в точке $K$. Обозначим $BK=x$. Пусть $S$ — площадь треугольника, $p$ — полупериметр. Тогда

$$p=5R+1{,}5R+x=6{,}5R+x,\qquad S=pR=R(6{,}5R+x).$$




С другой стороны, по формуле Герона

$S=\sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)}=\sqrt{(6,5R+x)\cdot 5R\cdot 1,5R\cdot x}=R\sqrt{7,5x(6,5R+x)}.$

Из уравнения $R(6,5R+x)=R\sqrt{7,5x(6,5R+x)}$ получаем, что $R = x$. Стороны треугольника $ABC$ равны $6,5R$, $6R$ и $2,5R$, следовательно, этот треугольник прямоугольный с прямым углом при вершине $B$.

б) Пусть $I$ и $O$ — центры соответственно вписанной и описанной окружностей треугольника $ABC$. Точка $O$ — середина гипотенузы $AC = 6,5R = 26$, и $OM = CO - CM = 13 - 1,5R = 7$.

Тогда $IO=\sqrt{OM^2+MI^2}=\sqrt{7^2+R^2}=\sqrt{65}.$

Ответ: б) $\sqrt{65}$

***<u>21. Уравнения, неравенства и их системы с параметрами</u>***

**Найдите все значения параметра а, при каждом из которых уравнение $a^2+7|x+1|+5\sqrt{x^2+2x+5}=2a+3|x-4a+1|$ имеет хотя бы один корень**

***Решение.***

Пусть $t=x+1$, тогда уравнение примет вид:

$a^2+7|t|+5\sqrt{t^2+4}=2a+3|t-4a|.$

Пусть $f(t)=a^2-2a+5\sqrt{t^2+4}$, $\quad g(t)=3|t-4a|-7|t|$

При $t\ge 0$ функция $g(t)$ убывает от $12|a|$ до $-\infty$. И при $t<0$ функция $g(t)$ возрастает от $-\infty$ до $12|a|$ (не включая), то есть наибольшее значение правой части уравнения достигается при $t=0$ и равно $12|a|$.

Функция *f(t)* принимает наименьшее значение при $t=0$: $f(t)=a^2-2a+10$. Чтобы уравнение имело решение, наибольшее значение правой части должно быть не меньше наименьшего значения левой части:

$$12|a|\ge a^2-2a+10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} a\ge 0,\\ a^2-14a+10\le 0\end{cases}\\ \begin{cases} a<0,\\ a^2+10a+10\le 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} a\ge 0,\\ 7-\sqrt{39}\le a\le 7+\sqrt{39}\end{cases}\\ \begin{cases} a<0,\\ -5-\sqrt{15}\le a\le -5+\sqrt{15}\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7-\sqrt{39}\le a\le 7+\sqrt{39},\\ -5-\sqrt{15}\le a\le -5+\sqrt{15}\end{array}\right.$$

Ответ: $[-5-\sqrt{15};\ -5+\sqrt{15}]\cup[7-\sqrt{39};\ 7+\sqrt{39}]$

**или**

**Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых система уравнений**

$$\begin{cases} x^2+20x+y^2-20y+75=|x^2+y^2-25|,\\ x-y=a\end{cases}$$

**имеет более одного решения.**

***Решение.***

Изобразим на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют первому уравнению системы.

Рассмотрим два случая:

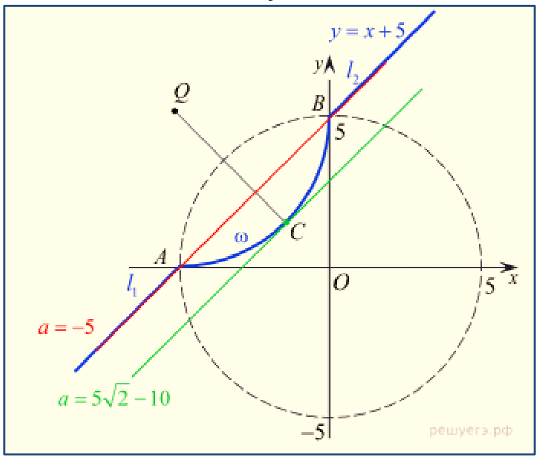
1) Если $x^2+y^2\ge 25$, то получаем уравнение

$x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = x^2 + y^2 - 25 \iff y = x + 5.$
Полученное уравнение задает прямую с коэффициентом наклона $k = 1$ и проходящую через точки B (0; 5) и A (–5; 0).

2) Если $x^2 + y^2 < 25$, имеем

$$x^2 + 20x + y^2 - 20y + 75 = -x^2 - y^2 + 25 \iff (x+5)^2 + (y-5)^2 = 5^2.$$

Полученное уравнение задает окружность с центром в точке Q(–5; 5) и радиусом 5.
Полученные прямая и окружность пересекаются в двух точках B (0; 5) и A (–5; 0), лежащих на окружности $x^2 + y^2 = 25$, поэтому в первом случае получаем два луча $l_1$ и $l_2$ с концами в точках $A$ и $B$ соответственно, во втором — дугу $\omega$ с концами в тех же точках точках (см. рисунок). Заметим, что точка $C\left(-5 + \frac{5\sqrt{2}}{2};\ 5 - \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$ лежит на дуге $\omega$ и отрезок $QC$ перпендикулярен прямой, полученной в первом случае.




Рассмотрим второе уравнение системы. Оно задает прямую $m$, параллельную лучам $l_1$ и $l_2$ или содержащую их.
При $a = -5$ прямая $m$ содержит лучи $l_1$ и $l_2$, то есть исходная система имеет бесконечное число решений.
При $a = 5\sqrt{2} - 10$ прямая $m$ проходит через точку $C$, значит, прямая $m$ касается дуги $\omega$ и не имеет общих точек с лучами $l_1$ и $l_2$, то есть исходная система имеет одно решение.
При $-5 < a < 5\sqrt{2} - 10$ прямая $m$ пересекает дугу $\omega$ в двух точках и не имеет общих точек с лучами $l_1$ и $l_2$, то есть исходная система имеет два решения.
При $a < -5$ или $a > 5\sqrt{2} - 10$ прямая $m$ не имеет общих точек с лучами $l_1$ и $l_2$ и дугой $\omega$, то есть исходная система не имеет решений.
Значит, исходная система имеет более одного решения при $-5 \le a < 5\sqrt{2} - 10$.
Ответ: $[-5;\ 5\sqrt{2} - 10)$.